

# Zurück zu den Quellen

## Beziehungen zwischen Tonsystemen - ein Vergleich

### Rolf Maedel

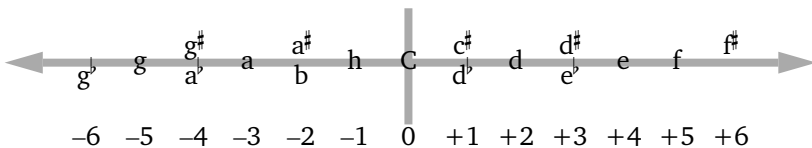
Im Laufe der Musikgeschichte wurde mit den verschiedensten Tonsystemen experimentiert, um reine und mikrotonale Stimmungen verwirklichen zu können. Im Folgenden sollen einige Ansätze dazu vorgestellt werden. Der Herausgeber bat mich, bei dieser schriftlichen Fixierung möglichst wenig Zahlentabellen zu verwenden - aus Anschauungs- und Verständigungsgründen ist dies aber leider nicht möglich. Ich werde mich bemühen, möglichst konzentriert meine Meinung über praktikable Tonsysteme wiederzugeben und muß den interessierten Leser bitten, sich die Mühe zu machen, sich in diese Zahlenreihen einzulesen. Es lohnt sich, denn vieles wird dann klar werden, was bei den vielen heutigen Veröffentlichungen nur vage angedeutet ist.

Zunächst einige Kriterien für eine sinnvolle Systematisierung:

1. *Symmetrie* und deren Transformation in *Komplementarität*
2. *Periodizität* (Möglichkeit der Zyklenbildung)
3. Eine Differenzierung von *Distanz* und *Sonanz* (*Neu!*)
4. Klarstellung von *Verwandschaftsgraden*

#### 1 a. Symmetrie

Wir wollen diese Voraussetzungen zunächst am (Trivial-) Beispiel unseres temperierten 12-Halbtonsystems nachprüfen. Ausgehend von dem angenommenen Ausgangston C entsteht das System durch die symmetrisch auf- und absteigende Folge temperierter Halbtöne: oben die Tonnamen (wobei die enharmonischen Stufen bei diesem System identisch sind), unten die Zahl der temperierten Halbtöne:

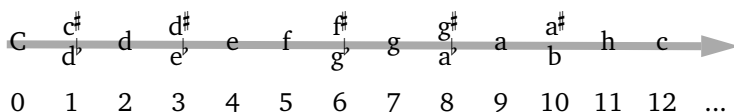


## 1 b. Komplementarität

Aus den nach unten geführten temperierten Halbönen wird durch Oktav-Transposition:

$$\begin{array}{cccccc} \text{aus} & -5 & -4 & -3 & -2 & -1 \\ \text{wird} & +7 & +8 & +9 & +10 & +11 \end{array} \quad \begin{bmatrix} -6 & 12 \\ +6 & 0 \end{bmatrix}$$

Bei dieser Operation werden also zu den negativen Werten je 12 Halböne hinzugezählt, da die Oktave aus 12 temperierten Halbönen besteht. Mit dem Wort *Oktav-Transposition* haben wir bereits eine Zyklen-Bildung (siehe 2.) erreicht; die ursprünglich spiegelsymmetrische Anordnung stellt sich zyklisch nun so dar:



## 2. Periodizität

Auf eine andere Weise, die auf die alte pythagoräische Modalität zurückgeht, erhalten wir durch *Quint-Aufbau* die *Periodizität*. Während vorher Halböne aufeinander gesetzt wurden, geschieht hier das Gleiche mit Quinten. Im Gegensatz zum reinen pythagoräischen System verwenden wir aber zunächst keine reinen Quinten mit dem Frequenzverhältnis  $2 : 3$ , sondern temperierte Quinten, bei denen *7 temperierte Halböne eine temperierte Quinte* ergeben. Zur Bezeichnung der Tonnamen verwenden wir von hier an immer D als Ausgangston, da das diatonische System zu D symmetrisch ist.

In der folgenden Tabelle ist dieser Quint-Aufbau dargestellt. Von oben nach unten werden links die Quinten hinzugezählt, rechts abgezogen. Dadurch ergeben sich in einer Zeile immer Oktav-Komplemente. Wenn die Oktave überschritten wird, wird immer wieder 12 abgezogen, also z.B von der zweiten zur dritten Zeile:  $7 + 7 = 14$ ;  $14 - 12 = 2$ .

Hieraus ergibt sich ein geschlossener Zyklus:

Temperierte Quinten Oktav-Komplemente						
D	↓	0	0	12	↓	d
a		7	+ 1 -	5		g
e		2	+ 2 -	10		c
h		9	+ 3 -	3		f
f <sup>#</sup>		4	+ 4 -	8		h <sup>b</sup>
c <sup>#</sup>		11	+ 5 -	1		e <sup>b</sup>
g <sup>#</sup>		6	+ 6 -	6		a <sup>b</sup>

Wenn wir nun statt der temperierten Quinten *reine Quinten mit dem Frequenzverhältnis 3 : 2* nehmen (die 7.02 temperierten Halbtönen entsprechen), erhalten wir ein offenes System:

Reine Quinten 3:2						
D	↓	0.0	0	12.0	↓	d
a		7.02	+ 1 -	4.98		g
e		2.04	+ 2 -	9.96		c
h		9.06	+ 3 -	2.94		f
f <sup>#</sup>		4.08	+ 4 -	7.92		h <sup>b</sup>
c <sup>#</sup>		11.10	+ 5 -	0.90		e <sup>b</sup>
g <sup>#</sup>		6.12	+ 6 -	5.88		a <sup>b</sup>

Bei der 6. Stufe erscheint die erste *“Enharmonik”*, bei der Töne, die im temperierten System die gleichen Werte hatten, nun verschiedene Werte bekommen. Wir entfernen uns also immer weiter von den ursprünglichen temperierten Halbtönen und erhalten die *“Quinten-Spirale”*.

Führen wir diese zunächst bis zur 12. Quinte, so entsteht dort die zweite Enharmonik mit dem Pythagoräischen Komma = 0,235 temperierte Halbtöne. Der Übersicht halber lassen wir die Kommas weg (das heißt  $100 \times$  temperierter Halbton = 100 Cent), so wird die Tabelle übersichtlicher:

Quint-System bis zur 12. (3er-) Potenz

<u>Ton</u>	<u>Cent</u>	<u>3er-Pot.</u>	<u>Cent</u>	<u>Ton</u>
D	0	(0)	1200	d
a	702	+1 -	498	g
e	204	2	996	c
h	906	3	294	f
f <sup>#</sup>	408	4	792	b
c <sup>#</sup>	1110	5	90	e <sup>b</sup>
g <sup>#</sup>	612	6	588	a <sup>b</sup>
----- I. Enharmonik -----				
d <sup>#</sup>	114	7	1086	d <sup>b</sup>
a <sup>#</sup>	816	8	384	g <sup>b</sup>
e <sup>#</sup>	318	9	882	c <sup>b</sup>
h <sup>#</sup>	1020	10	180	f <sup>b</sup>
f <sup>##</sup>	521,5	11	678,5	b <sup>b</sup>
c <sup>##</sup>	23,5	+12 -	1176,5	e <sup>bb</sup>
----- II. Enharmonik -----				

Als Skala dargestellt sieht nun die pythagoräische Enharmonik folgendermaßen aus:

c <sup>##</sup>	d <sup>#</sup>	e	e <sup>#</sup>	f <sup>#</sup>	f <sup>##</sup>	g <sup>#</sup>	a	a <sup>#</sup>	h	h <sup>#</sup>	c <sup>#</sup>	d
23,5	114	204	318	408	522	612	702	816	906	1020	1110	1200
0												1200
D	e <sup>b</sup>	f <sup>b</sup>	f	g <sup>b</sup>	g	a <sup>b</sup>	b <sup>b</sup>	b	c <sup>b</sup>	c	d <sup>b</sup>	e <sup>bb</sup>

Unsere 12er-Temperatur wird also von diesen enharmonischen Werten "umspielt". Obendrein werden die didymischen Klein-Proportionen, also die aus den Rationen der Zahl 5 stammenden, schismatisch angenähert mit einer Differenz von 2 Cent - man vergleiche diese Werte mit den oben aus der Quint-Reihe angegebenen:

112	182	316	386	520	590	680	814	884	1018	1088
16/15	10/9	6/5	5/4	27/20	45/32	40/27	8/5	5/3	9/5	15/8

### 3. Distanz - Sonanz

So erhalten wir Kriterien zu den Unterschieden von *Distanz* und *Sonanz*. Vorläufig nehmen wir an, daß 3er- Potenzen "*Distanz-Indikatoren*" sind und die 5er- Proportionen für den *Sonanzgrad* stehen:

23,5	114	204	318	408	522	612	702	816	906	1020	1110		
21,5	112		316		520	610		814		1018	1108		
<b>0</b>	<b>100</b>	<b>200</b>	<b>300</b>	<b>400</b>	<b>500</b>	<b>600</b>	<b>700</b>	<b>800</b>	<b>900</b>	<b>1000</b>	<b>1100</b>	<b>1200</b>	
	92	182	294	386	498	590	680	792	884	996	1088	1178,5	
	90	180		384		588	678		882		1086	1176,5	

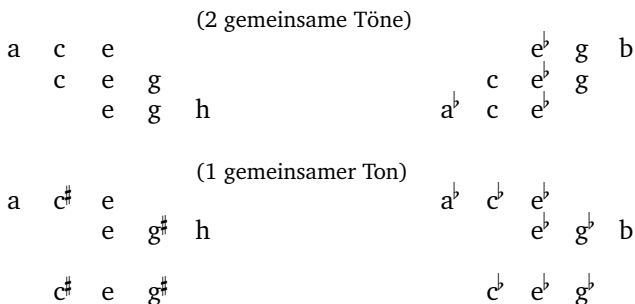
Damit ist klaggestellt, daß unser Dodekatorisches System kein "fauler Kompromiß", sondern ein gangbarer Mittelweg der oben angeführten Kriterien ist!

### 4. Tonverwandtschaften

Geschichtlich waren in der Einstimmigkeit (bzw. Heterophonie) die pythagoräischen Verhältnisse (3er-Rationen) vorherrschend: Im Mittelalter wird die "Gregorianik" quintmäßig aufgebaut. Erst mit der Renaissance erscheinen die didymischen Proportionen (5er-Rationen) als Zeichen für den Wohlklang ("*ze terze e ze prime*"). Mit den Dreiklangstönen - also dem Simultanklang - rückt man vom pythagoräischen System zum didymischen ab: Die Mitteltönigkeit verlangt die Naturterz  $5/4$  (statt dem Ditonus  $81/64$ ) exakt, dafür wird die Quinte nach unten verstimmt (statt 702 Cent jetzt 697 Cent)!

Dabei wird auch deutlich, daß bei Hörtests durch Sukzessiv-Klänge die pythagoräischen Werte besser angenähert werden als die didymischen. Hierbei kommen wir auf den Unterschied: 1) Quint-Verwandtschaft, 2) Terz-Verwandtschaft. Die Quint-Verwandtschaft ist also eine (Einzel-) Tonbeziehung, während die Terz-Verwandtschaft ein Akkord-Verhältnis darstellt!

Durch gemeinsame Töne werden Dur-/Moll-Dreikänge aufeinander bezogen (*Mediantik*):



Die eigentliche (Einzel-) Tonverwandschaft ist nur durch *Quintbeziehungen* gerechtfertigt! (Siehe Handschin/Ansermet)

Wir setzen nun unsere Quint-Spirale fort und sehen dabei (siehe die beiden Tabellen auf den nächsten Seiten), daß nach der 26. (3er-)Potenz in den Oktav-Komplementen *klangidente* Töne erscheinen (Differenz 3,615 Cent). Also ist eine Potenzierung nur bis +/- 26 nötig. Das führt uns zu 53 Stufen. In diesem System sind Tonorte und Tonnamen eindeutig fixiert! Die Verwandtschaft besteht allein durch die Anzahl der Quintabstände. Dies wird in folgender Tabelle deutlich:

Quint-Komplemente:

	Distanzen	Gr.Terz	Quinten	Kl.Terz	Proportions-Sonanzen	
	31 QUI	431	+16 -15	271	6:7:9	II. Optimum
I. Optimum	7 QUI	408	+4 -3	294		
II. Optimum	17 QUI	384	-8 +9	318	4:5:6	I. Optimum
	41 QUI	361	-20 +21	341		

Wie wir sehen, überschneiden sich manchmal Distanz- und Sonanzgrad:

II. Distanz-Optimum = I. Sonanz-Optimum

II. Sonanz-Optimum = III. Distanz mit 31 Quinten.

Nur Ditonus und kleine Terz sind vorrangig distanziell! (7 Quinten Distanz)

Dieser Quint-Aufbau erzeugt ein 53-stufiges System, welches schon vor 1700 von N. Mercator und W. Holder vorgeschlagen wurde. Vor 1900 stellten Bosanquet und Carl Eitz eine 53-stufige Oktav-Temperatur zur Diskussion. Der Unterschied zwischen diesen beiden Skalen beträgt höchstens 1,8 Cent (kleiner als ein Schisma) und ist deshalb vernachlässigbar. Das Potenz-System aber hat den Vorteil der eindeutigen Quint-Verwandtschaften und ist einfach "rational". (Die 3-fach alterierten Töne haben fixe Orte und Namen!) Schon Philolaos (um 400 v. Christus) wußte (nach Boethius), daß ein Komma 53 mal in eine Oktave paßt. Durch Centwerte errechnet sich aber (statt 23,46):  $1200 : 53 = 22,64$ . Ein pythagoräisches Komma ist also der 51. Oktavteil (23,5).

Nach der 26. Quinte verschieben sich (in den Oktav-Komplementen) die Werte um 4 Cent. Da dies als Hörgrenzwert allgemein bekannt ist, können wir mit 26 3er-Potenzen das Auslangen finden.

NB.: Daß nicht nur die 12 temperierten Halbtöne, sondern auch die pythagoräischen 3er-Potenzen "umrankt" werden, zeigt folgender Ausschnitt:

(sept. - didym.)		<u>Quint-Komplemente</u>				(didym. - sept.)	
84	92	90	- 5	+6	612	610	617
119	112	114	+7	- 6	588	590	583
	133	137	+19	- 18	565	569	561
		157	-22	+23	545		
	182	180	-10	+11	522	520	
196		204	+2	-1	498		
231		227	+14	-13	475		471
253		251	+26	-25	451		449
267	275	271	-15	+16	431	427	435
		294	-3	+4	408		
323	316	318	+9	-8	384	386	379
		341	+21	-20	361		

Es folgen nun zwei Tabellen mit dem 53-stufigen Quintsystem.

## Quint-System bis zur 28. (3er-) Potenz

Ton	Cent	3er-Pot.	Cent	Ton	
D	0	0	1200	d	
a	702	+ 1 -	498	g	
e	204	+ 2 -	996	c	
h	906	+ 3 -	294	f	
f#	408	+ 4 -	792	b	
c#	1110	+ 5 -	90	e <sup>b</sup>	
g#	612	+ 6 -	588	a <sup>b</sup>	
d#	114	+ 7 -	1086	d <sup>b</sup>	I. Enharmonik Pyth. Komma 23,5 Cent
a#	816	+ 8 -	384	g <sup>b</sup>	
e#	318	+ 9 -	882	c <sup>b</sup>	
h#	1020	+ 10 -	180	f <sup>b</sup>	
f##	521,5	+ 11 -	678,5	b <sup>b</sup>	
c##	23,5	+ 12 -	1176,5	e <sup>bb</sup>	II. Enharmonik
g##	725	+ 13 -	475	a <sup>bb</sup>	
d##	227	+ 14 -	973	d <sup>bb</sup>	
a##	929	+ 15 -	271	g <sup>bb</sup>	
e##	431	+ 16 -	769	c <sup>bb</sup>	
h##	1133	+ 17 -	67	f <sup>bb</sup>	
f###	635	+ 18 -	565	b <sup>bb</sup>	
c###	137	+ 19 -	1063	e <sup>bbb</sup>	
g###	839	+ 20 -	361	a <sup>bbb</sup>	
d###	341	+ 21 -	859	d <sup>bbb</sup>	
a###	1043	+ 22 -	157	g <sup>bbb</sup>	
e###	545	+ 23 -	655	c <sup>bbb</sup>	
h###	47	+ 24 -	1153	f <sup>bbb</sup>	
f####	749	+ 25 -	451	b <sup>bbb</sup>	
c####	251	+ 26 -	949	e <sup>bbbb</sup>	Hörgrenzwert $3^{26} \approx 3^{27}$ SQ = 4 Cent $3^{25} \approx 3^{28}$
	953	+ 27 -	247		
	455	+ 28 -	745		

### Terzen-Bau:

	Quint-Komplemente				Distanz	Sonanz
	Gr.Terz	Quinten	Kl.Terz			
O)	451	-25 +26	251	51 QUI		
I)	431	+16 -15	271	31 QUI		6:7:9 (14:18:21)
II)	408	+4 -3	294	7 QUI		
III)	384	-8 +9	318	17 QUI		4:5:6 (10:12:15)
IV)	361	-20 +21	341	41 QUI		

Bei III) optimale Sonanz 4:5:6; relativ überschaubare Distanz (17 Quinten)

Bei II) optimal kleinste (Terz-) Distanz (7 Quinten); sehr geringer Sonanzgrad



# Das 53-stufige Quintsystem (3er- Potenzen bis ±26)

(Intervalle der vorigen Tabelle nach Größe)

Intervall	Ton	Cent	Quinten	Cent	Ton	Intervall	Proportionen zum Vergleich:	
							Didymisch (5er)	Septimal (7er)
OK	d	1200	0	0	D	PR		
vm Sk	e <sup>bb</sup>	1176,5	- 12 +	23,5	c <sup>##</sup>	üb SP	21 ⇒ 81/80	27 ⇒ 64/63
3vm Tz	f <sup>bbb</sup>	1153	- 24 +	47	h <sup>###</sup>	3üb SX	41 ⇒ 128/125	49 ⇒ 36/35
2üb SX	h <sup>##</sup>	1133	+ 17 -	67	f <sup>bb</sup>	2vm Tz	71 ⇒ 25/24	63 ⇒ 28/27
gr SP	c <sup>#</sup>	1110	+ 5 -	90	e <sup>b</sup>	kl Sk	92 ⇒ 135/128	84 ⇒ 21/20
vm Ok	d <sup>b</sup>	1086	- 7 +	114	d <sup>#</sup>	üb Pr	112 ⇒ 16/15	119 ⇒ 15/14
2vm Sk	e <sup>bbb</sup>	1063	- 19 +	137	c <sup>###</sup>	2üb SP	133 ⇒ 27/25	
3üb Qi	a <sup>###</sup>	1043	+ 22 -	157	g <sup>bbb</sup>	3vm Qa		
üb SX	h <sup>#</sup>	1020	+ 10 -	180	f <sup>b</sup>	vm Tz	182 ⇒ 10/9	
kl Sp	c	996	- 2 +	204	e	gr SK		
2vm Ok	d <sup>bb</sup>	973	- 14 +	227	d <sup>##</sup>	2üb PR		231 ⇒ 8/7
3vm Sk	e <sup>bbbb</sup>	949	- 26 +	251	c <sup>####</sup>	3üb SP		(969 ⇒ 7/4)
2üb Qi	a <sup>##</sup>	929	+ 15 -	271	g <sup>bb</sup>	2vm Qa	275 ⇒ 75/64	267 ⇒ 7/6
gr SX	h	906	+ 3 -	294	f	kl Tz		
vm Sp	c <sup>b</sup>	882	- 9 +	318	e <sup>#</sup>	üb SK	316 ⇒ 6/5	
3vm Ok	d <sup>bbb</sup>	859	- 21 +	341	d <sup>###</sup>	3üb PR		
3üb Qa	g <sup>###</sup>	839	+ 20 -	361	a <sup>bbb</sup>	3vm Qi		351 ⇒ 49/40
üb Qi	a <sup>#</sup>	816	+ 8 -	384	g <sup>b</sup>	vm Qa	386 ⇒ 5/4	
kl Sx	b	792	- 4 +	408	f <sup>#</sup>	gr TZ		
2vm Sp	c <sup>bb</sup>	769	- 16 +	431	e <sup>##</sup>	2üb SK	427 ⇒ 32/25	435 ⇒ 9/7
3üb TZ	f <sup>####</sup>	749	+ 25 -	451	b <sup>bbb</sup>	3vm Sx		
2üb Qa	g <sup>##</sup>	725	+ 13 -	475	a <sup>bb</sup>	2vm Qi		471 ⇒ 21/16
QUI	a	702	+ 1 -	498	g	QUA		
vm Sx	b <sup>b</sup>	678,5	- 13 +	521,5	f <sup>##</sup>	üb TZ	520 ⇒ 27/20	
3vm Sp	c <sup>bbb</sup>	655	- 23 +	545	e <sup>###</sup>	3üb SK		
2üb TZ	f <sup>###</sup>	635	+ 18 -	565	b <sup>bb</sup>	2vm Sx	569 ⇒ 25/18	561 ⇒ 112/81
üb Qa	g <sup>#</sup>	612	+ 6 -	588	a <sup>b</sup>	vm Qi	590 ⇒ 45/32	583 ⇒ 7/5

**Abkürzungen der Intervallbezeichnungen:**

PR = Prime	OK = Oktave	vm = vermindert
Sk = kleine Sekunde	SK = große Sekunde	üb = übermäßig
Tz = kleine Terz	TZ = große Terz	
Qa = Quarte	Qi = Quinte	
Sx = kleine Sexte	SX = große Sexte	Beispiel:
Sp = kleine Septime	SP = große Septime	2vm Sx = doppelt verminderte kleine Sexte

## Anhang I

### Enharmonik - Subharmonik (Transharmonik)

Der Begriff "Enharmonik" wurde gebildet, um die Kommadifferenzen zwischen pythagoräischen und didymischen Intervallen zu negieren. Nun gibt es aber auch eine rein pythagoräische "Enharmonik", nur ist das pythagoräische Komma 23,5 Cent, während das syntonische Komma 21,5 Cent beträgt:

<u>Pythag.:</u>	23,5	114	204	318	408	498	612	702	816	906	1020	1110	1200
	0	90	180	294	384	498	588	702	792	882	996	1086	1176,5
<u>Didym.:</u>	21,5	112	182	316	386	498	590	702	814	884	1018	1088	1178,5

Bei normal ablaufender vielstimmiger Musik ist die Komma-Toleranz ohne weiteres überhörbar. Bei elektro-akustischer Hilfe aber - besonders bei feinerer Differenzierung - gilt nicht mehr der Satz: "Das unhörbar kleine Intervall eines Kommas ..." (E. Ansermet), sondern das Ohr nimmt den Unterschied schon wahr!

Soll also ein Feinstufensystem entwickelt werden, muß die Achtelton-Differenz verkleinert werden: Das nächste (didymische) Kleinintervall ist das Diaschisma (+19,6 Cent) und das pythagoräische Paradiaschisma mit 19,8 Cent ( $3^{-41}$ ). Das bringt aber noch nicht viel. Erst das 53-stufige Mercator-System weist zwischen der +26. und -27. Potenz eine Differenz von 3,615 Cent auf. Ich nenne dies: Ein *subharmonisches Quant* (SQ). Da im allgemeinen die durchschnittliche Hörunterscheidungs-Grenze bei ca. 4 Cent liegt, kann das System als "geschlossen" gelten.

Ein Schisma (Differenz: Pythagoräisches Komma - Syntonisches Komma) von 1,954 Cent ist also  $1/2$  SQ. Werte unter 1 Cent sind völlig vernachlässigbar (Transharmonisches Quant TQ). So kann nun auch zwischen pythagoräischen/didymischen und septimalen Intervallen eine Beziehung aufgebaut werden:

$7/6 = 266,871$ c	$3^{-15} = 270,675$ c	$75/64 = 274,582$ c
$9/7 = 435,084$ c	$3^{+16} = 431,280$ c	$32/25 = 427,373$ c
Differenz:	3,8 c	3,9 c (2 Schismata)

Etwas größere (aber noch vernachlässigbare) Unterschiede:

$7/5 = 582,5 \text{ c}$	$3^{+6} = 588,3 \text{ c}$	$45/32 = 590,2 \text{ c}$
$15/14 = 119,4 \text{ c}$	$3^{+7} = 113,7 \text{ c}$	$16/15 = 111,7 \text{ c}$
$7/4 = 968,8 \text{ c}$	$3^{-14} = 972,6 \text{ c}$	$225/128 = 976,5 \text{ c}$
$45/28 = 821,4 \text{ c}$	$3^{+8} = 815,6 \text{ c}$	$8/5 = 813,7 \text{ c}$

## Anhang II

### Transzendente Systeme

In neuerer Zeit sind auch transzendente Systeme vorgestellt worden. Leider fehlen ihnen die System-Voraussetzungen durch die zuvor beschriebenen Kriterien 1. - 4.

1. Prof. Hueber hat nach Glockenklangmessungen in Braunschweig eine Näherungsformel entwickelt:  $e^{2/(2n+1)}$ .
2. Rolf Maedel hat ein periodisches System aufgestellt:  $e^{2\pi/m}$ .

Leider gibt es bei beiden keine Oktav-Komplemente noch irgendwelche Übereinstimmungen zu rationalen Systemen:

<u>Hueber</u>		<u>Maedel</u>
$e^{2/3} = 1154 \text{ c}$	(keine Oktaven)	$e^{2\pi/9} = 1209 \text{ c}$
$e^{2/5} = 692,5 \text{ c}$	(keine Quinten)	$e^{\pi/8} = 680 \text{ c}$
$e^{2/7} = 494,6 \text{ c}$	- Identität -	$e^{\pi/11} = 494,4 \text{ c}$
$e^{2/9} = 385 \text{ c}$	(5/4)	$e^{\pi/14} = 388,5 \text{ c}$
$e^{2/11} = 315 \text{ c}$	(6/5)	$e^{\pi/17} = 320 \text{ c}$
$e^{1/4} = 433 \text{ c}$	(9/7)	$e^{2\pi/25} = 435 \text{ c}$
$e^{2/13} = 266 \text{ c}$	(7/6)	$e^{\pi/20} = 272 \text{ c}$

Immerhin entspricht  $e^{2\pi}$  9 Oktaven. Das ist der menschliche Hörbereich!

Irrationale und transzendente Quinten:	$2^{7/12} = 700 \text{ c}$
	$2^{31/53} = 701,887 \text{ c}$
(Quint 3:2 = 701,955 c)	$(2\pi e)^{1/7} = 701,861 \text{ c}$

## Über diesen Beitrag

Alle Beiträge sind Überarbeitungen von Vorträgen, die im Rahmen der Veranstaltungen des "Arbeitskreis Harmonik" am Freien Musikzentrum München gehalten wurden.

### **Rolf Maedel: Zurück zu den Quellen. Beziehungen zwischen Tonsystemen - ein Vergleich**

Vortrag gehalten am 13.11.1993. Der Beitrag ist eine nachträgliche Zusammenfassung des Vortrages.

### **Rolf Maedel**

Geboren am 17. März 1917 in Berlin. Nach dem Abitur Unterricht am Klindworth-Scharwenka-Konservatorium und in den folgenden Jahren Studium an der Staatlichen Akademischen Hochschule für Musik in Berlin, wo er 1938 die Musiklehrerprüfung in Klavier und Chorleitung ablegte. Während des Krieges nahm er an sog. Wehrmachtstourneen teil, wovon eine durch Salzburg führte, aufgrund deren Erfolg Maedel zwei Studienurlaube am "Mozarteum" ermöglicht wurden. Hier legte er 1943 die Reifeprüfung ab.

Nach dem Kriege war Maedel zunächst freischaffender Künstler. Unter dem Eindruck von J. N. David entstanden in dieser Zeit eine große Zahl von Klavier- und Kammermusikkompositionen und Lieder. Er unternahm als Lied- und Instrumentalbegleiter mehrere Tourneen durch Österreich und Deutschland. Seine Konzertreisen als Mitglied des "Salzburger Kammertrios", als Interpret eigener Werke und als Assistent von B. Paumgartner führten ihn auch als Dirigent in nahezu alle großen Städte Europas.

Seit 1947 unterrichtet Rolf Maedel am "Mozarteum" und wurde 1976 zum ordentlichen Hochschulprofessor ernannt. Seit 1970 beschäftigt er sich zusammen mit F. Richter Herf mit der Erweiterung der Tonalität und der Systemisierung der Mikrotöne und ist Mitbegründer des Institutes für musikalische Grundlagenforschung. Seine Arbeiten wurden in mehreren Publikationen veröffentlicht und im ORF und ZDF wiederholt vorgestellt

Ursprünglich erschienen in:

Harmonik & Glasperlenspiel. Beiträge `93.  
Verlag Peter Neubäcker & freies musikzentrum, München 1994